Ενδεικτικές Απαντήσεις Διαγωνίσματος Προσομοίωσης

Εξεταζόμενο Μάθημα: **Φυσική Προσανατολισμού, Θετικών Σπουδών**
Ημερομηνία: Μάιος 2020

ΘΕΜΑ Α
Να γράψετε στο τετράδιό σας τον αριθμό καθεμίας από τις παρακάτω ερωτήσεις **Α1-Α4** και δίπλα το γράμμα που αντιστοιχεί στη σωστή απάντηση.

Α1. Η χρονική εξίσωση της μαγνητικής ροής που διέρχεται από κάθε σπείρα μεταλλικού πλαισίου N σπειρών το οποίο περιστρέφεται με σταθερή γωνιακή ταχύτητα μέτρου ω μέσα σε ομογενές μαγνητικό πεδίο είναι $\Phi = \Phi_0 \sigma\upsilon\nu(\omega t)$. Η εναλλασσόμενη τάση v που επάγεται στα άκρα του πλαισίου δίνεται από τη σχέση:

α. $v = N\Phi_0 \eta\mu(\omega t)$ **β.** $v = N\omega\Phi_0 \eta\mu(\omega t)$ **γ.** $v = \omega\Phi_0 \eta\mu(\omega t)$ **δ.** $v = N\omega\Phi_0 \sigma\upsilon\nu(\omega t)$

Μονάδες 5

Α2. Το πλάτος μίας φθίνουσας ταλάντωσης μεταβάλλεται σε συνάρτηση με το χρόνο σύμφωνα με τη σχέση $A = A_0 e^{-\Lambda t}$. Τη χρονική στιγμή $t = \frac{2ln2}{\Lambda}$ το πλάτος της ταλάντωσης είναι:

α. $A = \frac{A_0}{2}$ **β.** $A = \frac{A_0}{4}$ **γ.** $A = \frac{A_0}{8}$ **δ.** $A = \frac{A_0}{ln2}$

Μονάδες 5

Α3. Δύο σωληνοειδή (1) και (2) έχουν μήκη l_1 και l_2 αντίστοιχα, με $l_2 = \frac{3l_1}{2}$, ίδιο αριθμό σπειρών ανά μονάδα μήκους και διαρρέονται από ρεύματα ίσης έντασης. Τα μέτρα των εντάσεων των μαγνητικών πεδίων στα κέντρα των δύο σωληνοειδών έχουν λόγο $\frac{B_1}{B_2}$ ίσο με:

α. 2 **β.** $\frac{3}{2}$ **γ.** $\frac{2}{3}$ **δ.** 1

Μονάδες 5

Α4. Από την σύνθεση δύο απλών αρμονικών ταλαντώσεων ίδιας διεύθυνσης και ίδιας θέσης ισορροπίας, που περιγράφονται από τις εξισώσεις $x_1 = A\eta\mu\omega_1 t$ και $x_2 = A\eta\mu\omega_2 t$ με $\omega_1 \approx \omega_2$, προκύπτει περιοδική κίνηση γωνιακής συχνότητας:

α. $\omega = (\omega_1 - \omega_2)/2$ **β.** $\omega = \sqrt{\omega_1^2 + \omega_2^2}$ **γ.** $\omega = (\omega_1 + \omega_2)/2$ **δ.** $\omega = \sqrt{\omega_1^2 - \omega_2^2}$

Μονάδες 5

Α5. Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στο τετράδιό σας, δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση, τη λέξη **Σωστό**, αν η πρόταση είναι σωστή, ή **Λάθος**, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

α. Σύστημα ελατήριο-σώμα εκτελεί εξαναγκασμένη ταλάντωση με μικρή σταθερά απόσβεσης b_1 και βρίσκεται σε κατάσταση συντονισμού. Αν αυξηθεί η σταθερά απόσβεσης -παραμένοντας μικρή- το σύστημα εξακολουθεί να βρίσκεται σε κατάσταση συντονισμού. Σωστό

β. Σε ελεύθερο σώμα , το οποίο βρίσκεται αρχικά ακίνητο πάνω σε λείο οριζόντιο δάπεδο ασκείται το ζεύγος των οριζοντίων δυνάμεων F_1 και F_2. Το μέτρο της συνισταμένης των δυνάμεων του ζεύγους είναι $F_1 + F_2 = 2F_1$. **Λάθος**

γ. Μεταλλικός πυρήνας κατασκευασμένος από χαλκό (Cu) βρίσκεται εντός ρευματοφόρου σωληνοειδούς. Οταν ο πυρήνας εξαχθεί το μέτρο της έντασης του μαγνητικού πεδίου στο εσωτερικό του σωληνοειδούς θα αυξηθεί. Σωστό

δ. Σε κάθε φθίνουσα ταλάντωση όλο το ποσό της αρχικής ενέργειας του συστήματος αποδίδεται τελικά στο περιβάλλον. **Σωστό**

ε. Κατά την μετωπική ελαστική κρούση δυο σωμάτων οι φορείς των ταχυτήτων πριν και μετά την κρούση βρίσκονται πάνω στην ίδια διεύθυνση. **Σωστό**

Μονάδες 5

ΘΕΜΑ Β

Β1.Ι Αγώγιμο πλαίσιο με αμελητέα ωμική αντίσταση περιστρέφεται με σταθερή γωνιακή ταχύτητα μέτρου ω μέσα σε ομογενές μαγνητικό πεδίο έντασης $\vec{B}$. Οι δυναμικές γραμμές του πεδίου είναι κάθετες στον άξονα περιστροφής και στα άκρα του εμφανίζεται εναλλασσόμενη τάσης της μορφής $v = V\, ημωt$. Στα άκρα του πλαισίου συνδέεται ωμική αντίσταση R η οποία στη διάρκεια μιας περιόδου εκλύει θερμότητα Q καταναλώνοντας μέση ισχύ $\bar{P}$.

Αν διπλασιαστεί γωνιακή ταχύτητα περιστροφής του πλαισίου, τότε στη χρονική διάρκεια της νέας περιόδου:

Α. Η θερμότητα που θα αναπτυχθεί στον αντιστάτη θα είναι ίση με:

α. $2Q$ **β.** $\frac{Q}{2}$ **γ.** $Q\,\frac{\sqrt{2}}{2}$

Επιλέξτε τη σωστή απάντηση.

Μονάδα 1

Αιτιολογήστε την επιλογή σας.

Μονάδες 3

Η θερμότητα που αναπτύσσεται σε έναν αντιστάτη σε χρόνο μίας περιόδου δίνεται απο το νόμο Joule:

$Q = I_{εν}^2 R T = \frac{V_{εν}^2}{R} T$.

Όμως $V_{εν} = \frac{V}{\sqrt{2}}$ και $T = \frac{2\pi}{\omega}$, άρα $Q = \frac{V^2}{R}\frac{\pi}{\omega}$ (1)

Αν διπλασιάσουμε τη γωνιακή ταχύτητα περιστροφής διπλασιάζεται το πλάτος της εναλλασσόμενης τάσης ($V = NBA\omega$) οπότε για τη νέα θερμότητα Q' θα ισχύει:

$$Q' = \frac{\left(\frac{2V}{\sqrt{2}}\right)^2}{R}\frac{2\pi}{2\omega} \text{ ή } Q' = \frac{2V^2}{R}\frac{\pi}{\omega} \quad (2)$$

Από τις (1) και (2) προκύπτει ότι $Q' = 2Q$

Β. Η νέα μέση ισχύς στον αντιστάτη θα είναι:

α. $4\bar{P}$ **β.** $2\bar{P}$ **γ.** $\sqrt{2}\,\bar{P}$

Επιλέξτε τη σωστή απάντηση.

Μονάδα 1

Αιτιολογήστε την επιλογή σας.

Μονάδες 3

Ο ορισμός της μέσης ισχύος στην αντίσταση R είναι $\bar{P} = \frac{Q}{T}$ ή $\bar{P} = \frac{Q\omega}{2\pi}$ (3)

Είδαμε ότι η θερμότητα Q στον αντιστάτη διπλασιάστηκε όπως διπλασιάστηκε και η γωνιακή ταχύτητα περιστροφής ω. Άρα θα είναι : $\bar{P}' = \frac{2Q \cdot 2\omega}{2\pi}$ (4)

Από τις (3) και (4) προκύπτει ότι $\bar{P}' = 4\,\bar{P}$.

Β1. ΙΙ. Σωματίδιο, θεωρούμενο ως υλικό σημείο φέρει θετικό φορτίο q και εκτελεί ομαλή κυκλική κίνηση με γωνιακή ταχύτητα μέτρου ω. Αν η ακτίνα της κυκλικής κίνησης είναι r, το μέτρο της έντασης του μαγνητικού πεδίου που οφείλεται στην περιφορά του σωματιδίου στο κέντρο K της κυκλικής τροχιάς είναι:

α. $B = k_\mu \frac{\omega q}{r}$ **β.** $B = k_\mu \frac{\omega q}{2r}$ **γ.** $B = 2k_\mu \frac{\omega q}{r}$

όπου k_μ η μαγνητική σταθερά.
Επιλέξτε τη σωστή απάντηση.

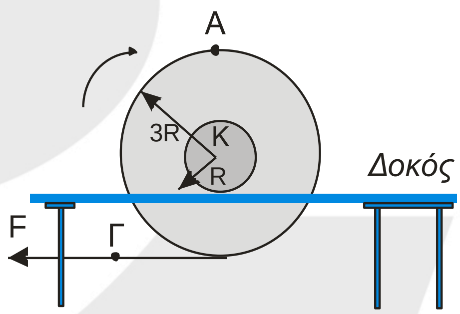
Μονάδα 1

Αιτιολογήστε την επιλογή σας.

Μονάδες 3

Έστω Τ η περίοδος της κυκλικής κίνησης του σωματιδίου . Σε χρόνο Τ από μια τομή της τροχιάς διέρχεται φορτίο q. Οπότε η ένταση του ρεύματος που αντιστοιχεί στην κίνηση του αντικειμένου είναι : $I = \frac{q}{T} = \frac{\omega q}{2\pi}$ (1)
Το μέτρο της έντασης του μαγνητικού πεδίου , που οφείλεται στην περιφορά του σωματιδίου στο κέντρο Κ της κυκλικής τροχιάς δίνεται από τη σχέση :
$B = k_\mu \frac{2\pi I}{r}$ ή *λόγω της σχέσης* (1) , $\mathrm{B} = k_\mu \frac{2\pi(\frac{\omega q}{2\pi})}{r}$ ή $\mathrm{B} = k_\mu \frac{\omega q}{r}$.

Β2. Στο επόμενο σχήμα φαίνεται η τομή ενός στερεού σώματος (καρούλι) που αποτελείται από δύο δίσκους ακτίνας $3R$ και από έναν κύλινδρο ακτίνας R, ο οποίος ενώνει τους δίσκους.



Ο κύλινδρος του καρουλιού έχει τη δυνατότητα κύλισης χωρίς ολίσθηση πάνω σε οριζόντια ακλόνητη δοκό.

Στα αυλάκια των δύο δίσκων έχουν τυλιχθεί αβαρή μη εκτατά νήματα (στην πλάγια όψη του σχήματος διακρίνεται μόνο το ένα από αυτά).

Τραβάμε οριζόντια τα νήματα ξετυλίγοντάς τα κατάλληλα ώστε κάθε χρονική στιγμή να έχει ξετυλιχθεί ακριβώς το ίδιο μήκος νήματος και από τους δύο δίσκους και ο κύλινδρος ξεκινά να κυλίεται χωρίς να ολισθαίνει πάνω στη δοκό με το κέντρο μάζας του να έχει επιτάχυνση α_{cm}.

Ι. Η επιτάχυνση του σημείου Α του δίσκου που φαίνεται στο σχήμα, ισούται με:

α. $2\alpha_{cm}$ **β.** $3\alpha_{cm}$ **γ.** $4\,\alpha_{cm}$

Επιλέξτε τη σωστή απάντηση.

Μονάδα 1

Αιτιολογήστε την επιλογή σας.

Μονάδες 3

Είναι $\overrightarrow{\alpha_A} = \overrightarrow{\alpha_{cm}} + \overrightarrow{\alpha_{\varepsilon\pi A}}$ και αλγεβρικά με τη φορά της $\overrightarrow{\alpha_{cm}}$ ως θετική
$\alpha_A = \alpha_{cm} + a_{\gamma\omega\nu} 3R = \alpha_{cm} + \frac{a_{cm}}{R} 3R = 4\alpha_{cm}$.

ΙΙ. Αν κάποια χρονική στιγμή t το κέντρο μάζας του δίσκου έχει μετατοπιστεί κατά Δx, το μήκος του νήματος που έχει ξετυλιχθεί απο κάθε δίσκο είναι ίσο με:

α. $2 \cdot \Delta x$ **β.** $3 \cdot \Delta x$ **γ.** $4 \cdot \Delta x$

Επιλέξτε τη σωστή απάντηση.

Μονάδα 1

Αιτιολογήστε την επιλογή σας.

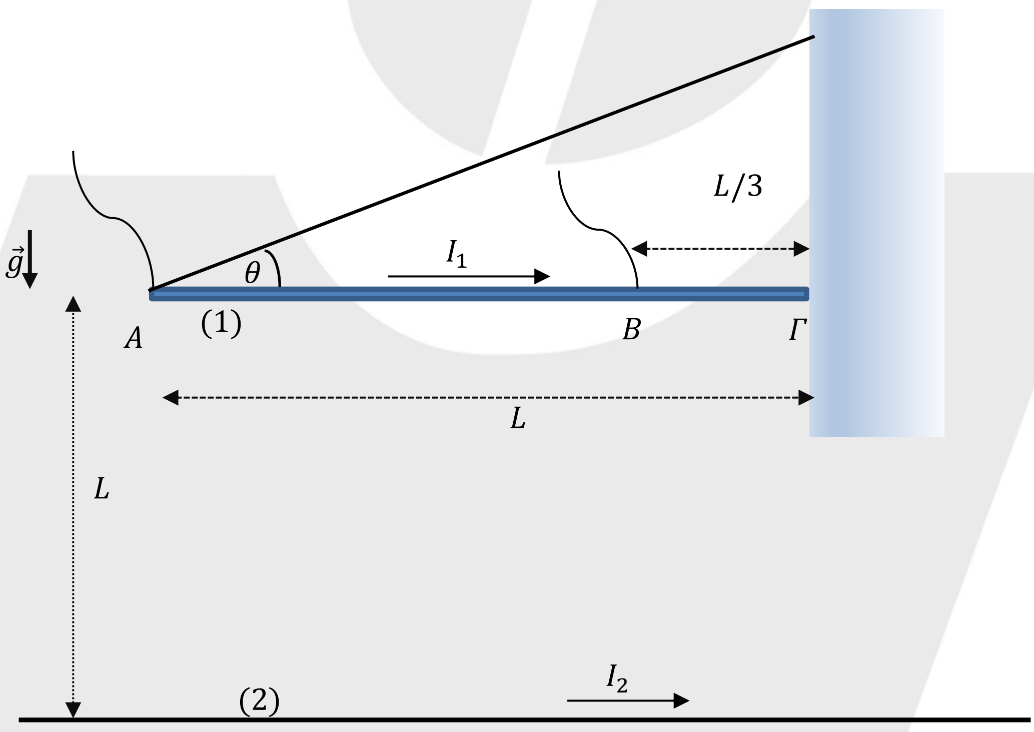
Μονάδες 3

Είναι $\overrightarrow{\alpha_\Gamma} = \overrightarrow{\alpha_{cm}} + \overrightarrow{\alpha_{\varepsilon\pi\Gamma}}$ και αλγεβρικά με τη φορά της $\overrightarrow{\alpha_{cm}}$ ως θετική

$\alpha_\Gamma = \alpha_{cm} - a_{\gamma\omega\nu}3R = \alpha_{cm} - \dfrac{a_{cm}}{R}3R = -2\alpha_{cm}$.

Δηλαδή το διάνυσμα της επιτάχυνσης $\overrightarrow{\alpha_\Gamma}$ έχει φορά αντίθετη του διανύσματος $\overrightarrow{\alpha_{cm}}$.
Επίσης $\Delta x = \frac{1}{2}\alpha_{cm}t^2$, ενώ $|\Delta x_\Gamma| = \frac{1}{2}\,2\alpha_{cm}t^2 = 2\Delta x$
Άρα το συνολικό μήκος νήματος $\Delta x + |\Delta x_\Gamma| = 3\Delta x$

Β3. Ομογενής και ισοπαχής (υπέρ) αγωγός (1) (ράβδος) μήκους L και μάζας M, εφάπτεται με το άκρο του Γ σε κατακόρυφο τοίχο, με τον οποίο εμφανίζει τριβή. Το άλλο ακρο A του αγωγού είναι δεμένο με αβαρές μονωτικό νήμα που σχηματίζει γωνία θ με τον αγωγό. Ο αγωγός τροφοδοτείται με ρεύμα έντασης I_1 μέσω καλωδίων που συνδέονται στο άκρο A και στο σημείο B που απέχει $\frac{L}{3}$ από το άκρο Γ του αγωγού. Παράλληλα με τον αγωγό (1) και σε απόσταση ίση με L υπάρχει δεύτερος αγωγός (2), πολύ μεγάλου μήκους που διαρρέεται από ρεύμα έντασης $I_2 = 2I_1$, ομόρροπο με το ρεύμα I_1.



Αν για τον συντελεστή οριακής τριβής μ_s μεταξύ του αγωγού και του τοίχου και την εφαπτομένη της γωνίας θ ισχύει ότι $\mu_s = \frac{3}{4}\varepsilon\varphi\theta$ τότε η ελάχιστη τιμή του ρεύματος I_1 ώστε να μην ολισθαίνει ο αγωγός ισούται με:

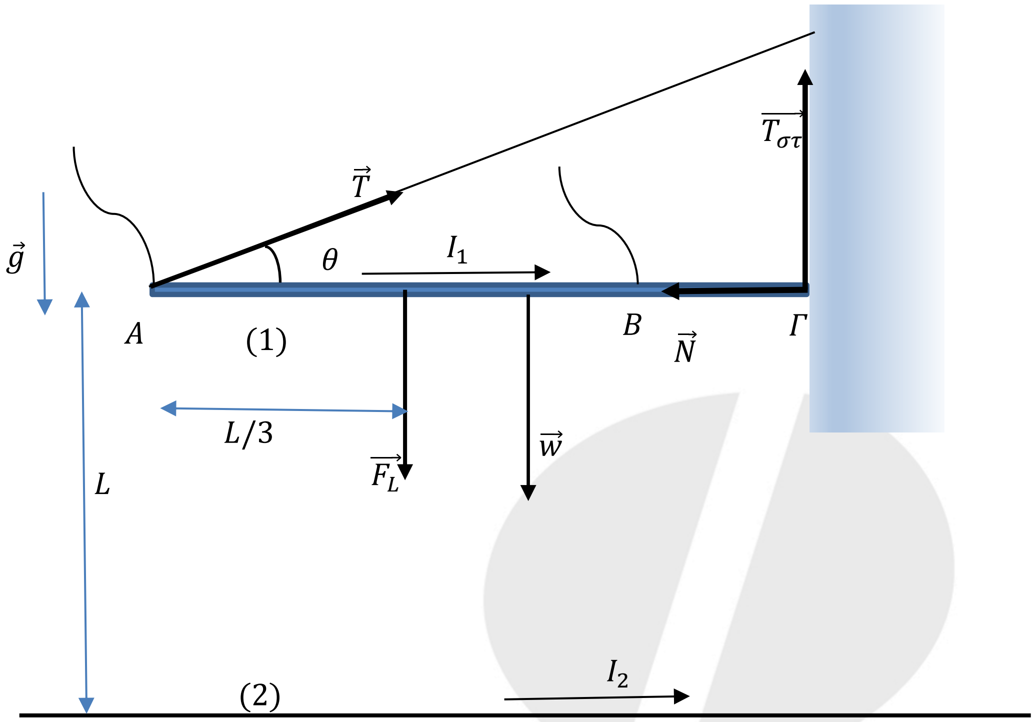
α. $\frac{3}{4}\sqrt{\frac{Mg}{2k_\mu}}$ **β.** $\frac{3}{2}\sqrt{\frac{Mg}{2k_\mu}}$ **γ.** $\frac{4}{3}\sqrt{\frac{Mg}{2k_\mu}}$

Επιλέξτε τη σωστή απάντηση.

Μονάδα 1

Αιτιολογήστε την επιλογή σας.

Μονάδες 4



$\Sigma F_x = 0 \Longrightarrow T\sigma\upsilon\nu\theta = N \quad (1)$

$\Sigma F_y = 0 \Longrightarrow T\eta\mu\theta + T_{\sigma\tau} = F_L + Mg \quad (2)$

$(A)\ \Sigma\tau = 0 \Longrightarrow T_{\sigma\tau} l - Mg\frac{l}{2} - F_L\frac{l}{3} = 0 \Longrightarrow$

$T_{\sigma\tau} = \frac{Mg}{2} + \frac{F_L}{3} \quad (3)$

Από τις σχέσεις (2),(3): $T\eta\mu\theta + \frac{Mg}{2} + \frac{F_L}{3} = F_L + Mg \Longrightarrow T = \frac{1}{\eta\mu\theta}\left(\frac{Mg}{2} + \frac{2F_L}{3}\right)$

Οπότε από την σχέση (1) $N = \frac{1}{\varepsilon\varphi\theta}\left(\frac{Mg}{2} + \frac{2F_L}{3}\right)$

Για να μην ολισθήσει το άκρο Γ στον τοίχο πρέπει:

$T_{\sigma\tau} \leq T_{o\rho} \Longrightarrow$

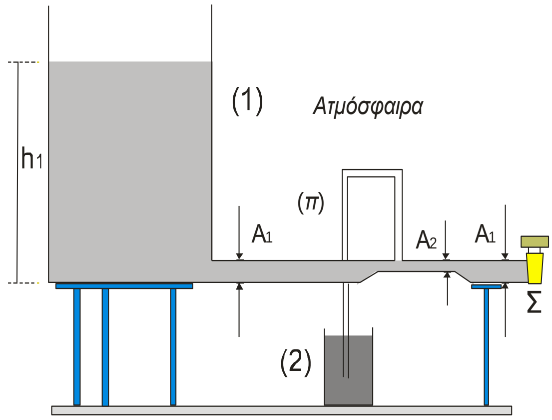
$\frac{Mg}{2} + \frac{F_L}{3} \leq \frac{\mu_s}{\varepsilon\varphi\theta}\left(\frac{Mg}{2} + \frac{2F_L}{3}\right) \Longrightarrow \frac{Mg}{2}\left(1 - \frac{\mu_s}{\varepsilon\varphi\theta}\right) \leq \frac{F_L}{3}\left(2\frac{\mu_s}{\varepsilon\varphi\theta} - 1\right) \Longrightarrow$

$\frac{Mg}{8} \leq \frac{F_L}{6} \Longrightarrow \frac{3}{4}Mg \leq F_L \Longrightarrow \frac{3}{4}Mg \leq \frac{k_\mu 4 I_1^2}{l}\frac{2l}{3} \Longrightarrow$

$\frac{3}{4}\sqrt{\frac{Mg}{2k_\mu}} \leq I_1$

ΘΕΜΑ Γ

Τα κυλινδρικά δοχεία (1) και (2) είναι κατακόρυφα και περιέχουν το μεν (1) νερό πυκνότητας $\rho = 10^3\ kg/m^3$, το δε (2) υγρό άγνωστης πυκνότητας ρ_Y. Τα υγρά και στα δύο δοχεία έχουν ελεύθερες τις επιφάνειές τους, σε επαφή με τον ατμοσφαιρικό αέρα.



Το ύψος του νερού στο δοχείο (1) είναι $h_1 = 3{,}2\ m$. Ο οριζόντιος σωλήνας που ξεκινά από τον πυθμένα του πλευρικού τοιχώματος έχει εμβαδό διατομής $A_1 = 5\ cm^2$ και σε κάποιο σημείο του παρουσιάζει στένωση με εμβαδό διατομής $A_2 = \frac{A_1}{2}$.
Ο σωλήνας είναι κλειστός στο άκρο του με στρόφιγγα Σ.
Ο οριζόντιος σωλήνας βρίσκεται σε επικοινωνία με το δοχείο (2), ακριβώς στο σημείο της στένωσης μέσω του εύκαμπτου σωλήνα (π).

Γ1. Να βρεθεί το μέτρο της δύναμης που ασκεί το νερό στη στρόφιγγα.

Μονάδες 5

Η πίεση του νερού στην κλειστή στρόφιγγα p_Σ είναι ίση με : $p_\Sigma = p_{atm} + \rho g h_1$ ή $p_\Sigma = 1{,}32\ 10^5\ N/m^2$. Το μέτρο της δύναμης που ασκείται απο το νερό στη στρόφιγγα είναι $F_\Sigma = A_1 \cdot p_\Sigma = 66\ N$

Ανοίγουμε τη στρόφιγγα και το νερό ρέοντας στρωτά στο σωλήνα εκρέει ελεύθερα από το άκρο του στην ατμόσφαιρα.

Γ2. Να υπολογίσετε την παροχή του σωλήνα αμέσως μετά το άνοιγμα της στρόφιγγας.

Μονάδες 5

Από το θεώρημα Torricelli μπορεί να υπολογιστεί το μέτρο της ταχύτητας εκροής του νερού μετά το άνοιγμα της στρόφιγγας.
Είναι $\upsilon_1 = \sqrt{2gh_1}$ ή $\upsilon_1 = 8\ \frac{m}{s}$. Η ζητούμενη παροχή είναι $\Pi = 4 \cdot 10^{-3}\ \frac{m^3}{s}$

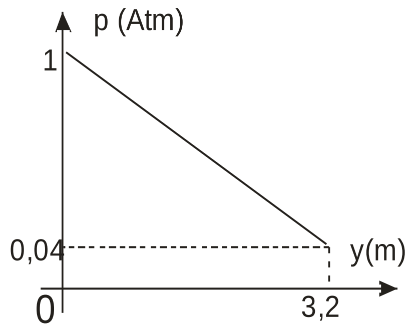
Γ3. Να υπολογίσετε την κινητική ενέργεια του νερού ανά μονάδα όγκου στη στένωση του σωλήνα τη χρονική στιγμή κατά την οποία η στάθμη στο δοχείο (1) έχει κατέλθει κατά $1{,}2\ m$ απο τη στιγμή που ανοίξαμε τη στρόφιγγα.

Μονάδες 5

Πάλι από το θεώρημα Torricelli μπορεί να υπολογιστεί η νέα ταχύτητα εκροής του νερού υ_1', όταν η στάθμη έχει κατέλθει κατά $1{,}2\ m$:
Είναι $\upsilon_1' = \sqrt{2g(h_1 - 1{,}2)}$ ή $\upsilon_1' = 2\sqrt{10}\ \frac{m}{s}$. Αν υ_2' το μέτρο της ταχύτητας του νερού στη στένωση, απο την εξίσωση της συνέχειας θα έχω:
$\upsilon_1' \cdot A_1 = \upsilon_2' \cdot A_2$ ή $\upsilon_2' = 4\sqrt{10}\ \frac{m}{s}$.
Η ζητούμενη κινητική ενέργεια ανά μονάδα όγκου είναι:
$\frac{\Delta K}{\Delta V} = \frac{1}{2}\rho \upsilon_2'^2$ ή $\frac{\Delta K}{\Delta V} = 8 \cdot 10^4\ \frac{J}{s}$

Γ4. Να γράψετε την εξίσωση της πίεσης p στη στένωση του σωλήνα σε συνάρτηση με το ύψος y της στάθμης του νερού από τη βάση του δοχείου (1). Στη συνέχεια να σχεδιάσετε τη γραφική παράσταση $p = f(y)$ σε σύστημα βαθμολογημένων αξόνων.

Μονάδες 5



Γενικά το μέτρο της ταχύτητας με την οποία το νερό εκρέει από το σωλήνα είναι : $\upsilon_1 = \sqrt{2gy}$, ενώ κάθε φορά από την εξίσωση της συνέχειας στην περιοχή της στένωσης θα ισχύει: $\upsilon_2 = 2\sqrt{2gy}$.

Από την εξίσωση Bernoulli μεταξύ ενός σημείου της επιφάνειας και του σημείου της στένωσης του σωλήνα όπου θα επικρατεί πίεση p, θα ισχύει:

$p_{atm} + \rho g y = p + \frac{1}{2}\rho \upsilon_2^2$ ή $p = p_{atm} + \rho g y - \frac{1}{2}\rho\left(2\sqrt{2gy}.\right)^2$ ή $p = p_{atm} - 3\rho g y$

Τελικά είναι : $p = 10^5 - 0{,}3\ 10^5 y\ \ (S.I)\ \ \mu\varepsilon\ 0 \le y \le 3{,}2\ m$

Γ5. Όταν η στάθμη του νερού στο δοχείο (1) έχει κατέβει κατά 2,2 m σε σχέση με το ύψος τη στιγμή που ανοίξαμε τη στρόφιγγα, το υγρό άγνωστης πυκνότητας ρ_Y έχει ανέβει κατά $h_2 = 0{,}5\ m$ πάνω από την επιφάνεια του δοχείου (2), μέσα στο σωλήνα σύνδεσης (π). Να υπολογίσετε την άγνωστη πυκνότητα ρ_Y.

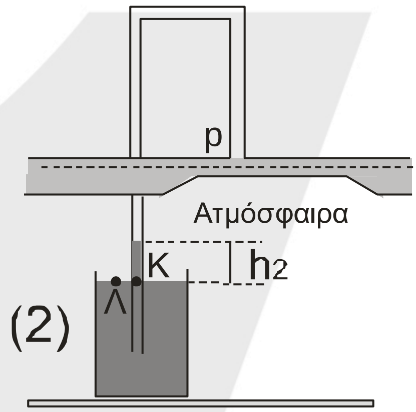
Μονάδες 5

Για τα σημεία Λ (στην επιφάνεια του υγρού στο δοχείο (2)), και K (σημείο εντός του εύκαμπτου σωλήνα στο ίδιο επίπεδο με την επιφάνεια του δοχείου (2) και το σημείο Λ), ισχύει:

$p_K = p_\Lambda$ ή $p + \rho_Y g h_2 = p_{atm}$ ή

$10^5 - 0{,}3\ 10^5 y + \rho_Y g h_2 = 10^5$ ή $0{,}3\ 10^5 y = 10\rho_Y h_2$

Όταν η στάθμη θα έχει κατέβει κατά 2,2 θα είναι $y = 1m$ και για $h_2 = 0{,}5\ m$ για την τιμή της άγνωστης πυκνότητας παίρνουμε $\rho_Y = 6 \cdot 10^3\ kg/m^3$.



Το μέτρο της ταχύτητας με την οποία κατέρχεται η ελεύθερη επιφάνεια του νερού στο δοχείο (1) είναι αμελητέο σε σχέση με μέτρο της ταχύτητας εκροής του υγρού στο άκρο του σωλήνα. Το αέριο που βρίσκεται εγκλωβισμένο στον σωλήνα (π) είναι σε ισορροπία με το υγρό που ρέει στον οριζόντιο σωμλήνα. Επίσης θεωρήστε ότι η πίεση που οφείλεται στο βάρος εγκλωβισμένου αέρα στο σωλήνα σύνδεσης είναι αμελητέα καθώς και ότι στο σωλήνα σύνδεσης δεν εισέρχεται καθόλου νερό.

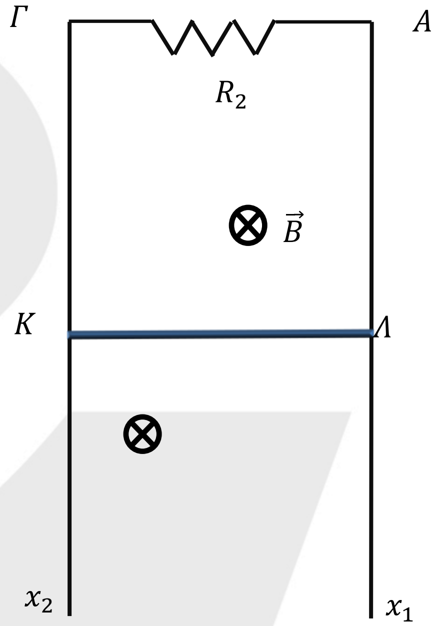
Δίνονται $p_{atm} = 10^5\ \frac{N}{m^2}$ και η επιτάχυνση της βαρύτητας $g = 10\frac{m}{s^2}$.

ΘΕΜΑ Δ

Μια μεταλλική ράβδος $ΚΛ$ με μάζα $m = 1\ kg$, μήκος $l = 1m$ και αντίσταση $R_1 = 0{,}05\ Ω$ ολισθαίνει χωρίς τριβές πάνω σε δύο κατακόρυφες μεταλλικές ράγες $Αx_1$ και $Γx_2$ μεγάλου μήκους και μηδενικής ωμικής αντίστασης. Οι δύο ράγες συνδέονται στα άκρα τους $Α$ και $Γ$ με αντιστάτη με αντίσταση $R_2 = 0{,}15\ Ω$.

Η όλη διάταξη βρίσκεται μέσα σε ομογενές μαγνητικό πεδίο έντασης $Β = 1\ T$, το οποίο είναι κάθετο στο επίπεδο που ορίζουν οι δύο ράγες. Αρχικά, η ράβδος $ΚΛ$ είναι ακίνητη. Κάποια στιγμή αφήνεται να ολισθήσει αφού πέσει $h = 2m$ ο ρυθμός μεταβολής της κινητικής της ενέργειας μηδενίζεται.

Δ1. Να υπολογίσετε την ταχύτητα θα αποκτήσει η ράβδος όταν θα μηδενιστεί ο ρυθμός μεταβολής της κινητικής της ενέργειας και να περιγράψετε την κίνηση που θα εκτελέσει η ράβδος μέχρι εκείνη την στιγμή.



Μονάδες 5

Η κίνηση του αγωγού προς τα κάτω οδηγεί στην μεταβολή της μαγνητικής ροής. Λόγω του κανόνα του Lenz θα αρχίσει να διαρρέεται από επαγωγικό ρεύμα από το Κ προς το Λ ώστε να δέχεται F_L με φορά προς τα πάνω.

Έχουμε $E_{επ} = \frac{dΦ}{dt} = \frac{BdA}{dt} = \frac{Bldx}{dt} = Bυl.$

Οπότε $i_{επ} = \frac{E_{επ}}{R_{ολ}} = \frac{Bυl}{R_1+R_2}$

$$ΣF = ma \Longrightarrow mg - F_L = ma \Longrightarrow a = g - \frac{B^2υl^2}{(R_1+R_2)m}$$

Άρα ο αγωγός εκτελεί επιταχυνόμενη κίνηση με επιτάχυνση που μειώνεται μέχρι την στιγμή όπου $ΣF = 0$, όποτε και αποκτά την οριακή ταχύτητα του.

$\frac{dK}{dt} = 0 \Longrightarrow ΣF \cdot υ = 0$ οπότε αναζητουμε την ταχύτητα την στιγμή που $ΣF = 0$, άρα:

$$mg = F_L \Longrightarrow mg = Bi_{επ}l \Longrightarrow mg = \frac{B^2υ_{ορ}l^2}{R_1+R_2} \Longrightarrow υ_{ορ} = 2m/s$$

Δ2. Να υπολογίσετε το φορτίο που περνά μέσα από μια διατομή της ράβδου μέχρι την στιγμή που αποκτά την μέγιστη ταχύτητά της καθώς και την τάση $V_{ΚΛ}$ την στιγμή που ο ρυθμός μεταβολής της ορμής της ράβδου έχει μέτρο ίσο με το μισό του μέτρου που είχε όταν η ράβδος αφέθηκε ελεύθερη.

Μονάδες 5

$$q_{επ} = \frac{ΔΦ}{R_1+R_2} = \frac{Blh}{R_1+R_2} = 10C$$

Την στιγμή που αφήνεται ελεύθερος ο αγωγός έχει $\frac{dp}{dt} = mg.$

Οπότε όταν $\frac{dp}{dt} = \frac{mg}{2} \Longrightarrow mg - F_L = \frac{mg}{2} \Longrightarrow \frac{B^2υl^2}{R_{ολ}} = \frac{mg}{2} \Longrightarrow υ = \frac{1m}{s}$

$V_{ΚΛ} = -i_{επ}R_2 = -\frac{Bυl}{R_{ολ}}R_2 = -0{,}75V$ (Το $Κ$ είναι ο αρνητικός πόλος και το $Λ$ ο θετικός)

Δ3. Να υπολογίσετε την θερμότητα που εκλύθηκε σε κάθε μία από τις αντιστάσεις R_1 και R_2 από την στιγμή που αφέθηκε ελεύθερη η ράβδος μέχρι την στιγμή που ο ρυθμός μεταβολής της κινητικής ενέργειας της ράβδου μηδενίστηκε.

Μονάδες 5

$ΑΔΕ: E_{αρχ} + E_{προσφ} - Q = E_{τελ}$

Έχοντας θεωρήσει επίπεδο μηδενικής δυναμικής ενέργειας το την θέση που ο αγωγός αποκτά την $υ_{ορ}$ έχουμε: $mgh - Q = \frac{1}{2}mυ_{ορ}^2 \Longrightarrow Q = mgh - \frac{1}{2}mυ_{ορ}^2 \Longrightarrow Q = 18J$

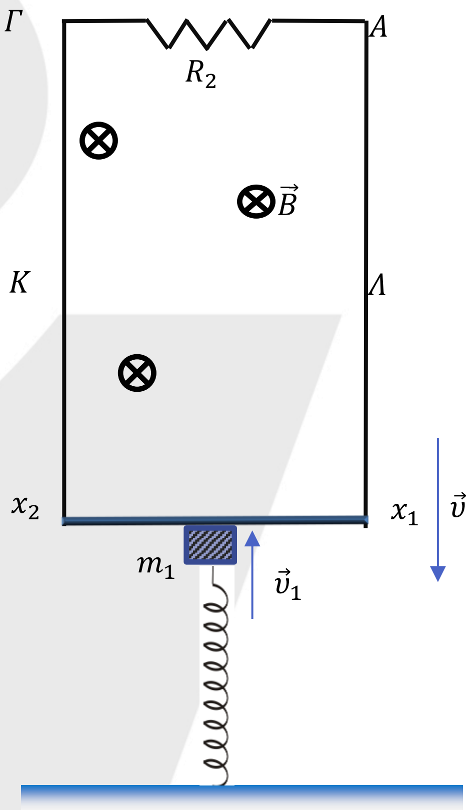
Καθώς οι αντιστάτες διαρρέονται από το ίδιο ρεύμα η θερμότητα που εκλύεται σε κάθε έναν από τους δύο είναι ανάλογη της αντίστασής του.

$$\frac{Q_1}{Q_1} = \frac{R_1}{R_2} \Longrightarrow \frac{Q_1}{Q_2} = \frac{1}{3} \Longrightarrow Q_2 = 3Q_1$$

Οπότε $Q = Q_1 + Q_2 \Longrightarrow 18 = 4Q_1 \Longrightarrow Q_1 = 4{,}5J \Longrightarrow Q_2 = 13{,}5J$

Στη συνέχεια της κίνησής της, η ράβδος και ενώ ο ρυθμός μεταβολής της κινητικής της ενέργειας είναι μηδέν, φτάνει στο τέλος του μήκους των δύο κατακόρυφων μεταλλικών ραγών.

Εκεί συγκρούεται πλαστικά με σώμα μάζας $m_1 = 3kg$ το οποίο είναι δεμένο στο πάνω άκρο κατακόρυφου ιδανικού ελατηρίου σταθεράς $k = 100N/m$ το άλλο άκρο του οποίου είναι στερεωμένο στο έδαφος. Ελάχιστα πριν την κρούση το σώμα m_1 κινείται προς τα πάνω και χτυπάει ακριβώς στο κέντρο μάζας της ράβδου. Η ράβδος και το σώμα κινούνται στην συνέχεια ως συσσωμάτωμα και βρίσκονται σε απλή επαφή χωρίς να έχουν συγκολληθεί. Ο ρυθμός μεταβολής της ορμής του συσσωματώματος στην θέση που γίνεται η κρούση ισούται στιγμιαία με μηδέν.



Δ4. Να βρεθεί το μέγιστο επιτρεπόμενο πλάτος ταλάντωσης του συσσωματώματος ώστε να μην χάνεται η επαφή μεταξύ της ράβδου και του σώματος μάζας m_1.

Μονάδες 5

Το συσσωμάτωμα εκτελεί α.α.τ με $D = K$ και

$ω = \sqrt{\frac{K}{m+m_1}} = 5r/s$

Για τον αγωγό έχουμε θεωρώντας θετική φορά προς τα κάτω:

$ΣF = ma \Longrightarrow N + mg = -mω^2 x \Longrightarrow N = -mg - mω^2 x \Longrightarrow$

$N = -10 - 25x$

Άρα για να διατηρείται η επαφή πρέπει η N να μην μηδενίζεται, οπότε να είναι μόνιμα αρνητική.

Την μικρότερη τιμή της την αποκτά κατά απόλυτη τιμή στην $x = -A$ (πάνω Α.Θ.)

$-10 + 25A \leq 0 \Longrightarrow A \leq 0{,}4m$

Άρα $A_{max} = 0{,}4m$

Δ5. Αν το συσσωμάτωμα ταλαντώνεται με το πλάτος που υπολογίσατε στο προηγούμενο ερώτημα και αμέσως μετά την κρούση κινείται με φορά προς τα πάνω τότε:

i. να βρείτε την ταχύτητα του σώματος m_1 ελάχιστα πριν την κρούση και

Καθώς στην θέση της κρούσης $\frac{dp}{dt} = \Sigma F = 0$, τότε πρόκειται για την Θ.Ι. της ταλάντωσης του συσσωματώματος.

Άρα $\upsilon_\kappa = \upsilon_{max} = \omega A_{max} = 5 \cdot 0{,}4 = \frac{2m}{s}$

Θεωρώντας θετική φορά προς τα κάτω:

Α.Δ.Ο. $m\upsilon_{o\rho} - m_1\upsilon_1 = -(m + m_1)\upsilon_\kappa \Longrightarrow \upsilon_1 = -\frac{10}{3}\frac{m}{s}$

ii. να γράψετε των ρυθμό μεταβολής της δυναμικής ενέργειας του ελατηρίου σε συνάρτηση με τον χρόνο θεωρώντας θετική φορά προς τα κάτω και ως $t = 0$ την στιγμή της κρούσης.

Μονάδες 5

Την $t = 0$ το συσσωμάτωμα βρίσκεται στην θέση ισορροπίας με αρνητική ταχύτητα $\varphi_o = \pi\ rad$.

$$\frac{dU_{\varepsilon\lambda}}{dt} = -F_{\varepsilon\lambda} \cdot \upsilon$$

Έχουμε για το συσσωμάτωμα $\Sigma F = -Dx \Longrightarrow F_{\varepsilon\lambda} + (m + m_1)g = -Dx \Longrightarrow$

$F_{\varepsilon\lambda} = -40 - 100x \Longrightarrow F_{\varepsilon\lambda} = -40 - 40\eta\mu(5t + \pi)$

$\upsilon = \omega A\sigma\upsilon\nu(\omega t + \varphi_o) = 2\sigma\upsilon\nu(5t + \pi)$

$$\frac{dU_{\varepsilon\lambda}}{dt} = -\big(-40 - 40\eta\mu(5t + \pi)\big)\big(2\sigma\upsilon\nu(5t + \pi)\big)$$

Δίνεται η επιτάχυνση της βαρύτητας $g = 10\frac{m}{s^2}$. Να θεωρήσετε πως μετά την κρούση ράβδος σώμα το μαγνητικό πεδίο παύει να υπάρχει και το σύστημα των δύο ραγών απομακρύνεται ώστε να μην επηρεάζει την κίνηση του συσσωματώματος. Κάθε είδους αντιστάσεις του αέρα θεωρούνται αμελητέες.

Επιμέλεια:

Η Ομάδα Φυσικών του ΜΕΘΟΔΙΚΟΥ